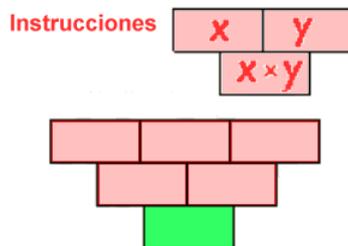


Propuesta Esprint-Estalmat 2023

Grupos de Segundo año

Primer grupo de problemas

1. En el tablero “triangular” de números de la figura se pueden escribir únicamente números enteros positivos mayores que la unidad siguiendo las instrucciones que se indican.



El número 2023 no puede aparecer en la casilla verde, pero sí el 2024.
 ¿Cuántas posibles “fotos” diferentes puede tener el tablero de forma que aparezca 2024 en la casilla verde?

Resta 1 a la solución y el resultado pasa al problema 8 como número P.

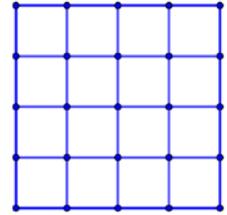
2. Un empresario reparte entre sus trabajadores, a partes iguales, todo el aceite que tiene en un gran depósito. Al primero le da 2 litros y $\frac{1}{15}$ de lo que queda en el depósito tras darle esos dos litros. Luego, al segundo le da 4 litros y $\frac{1}{15}$ de lo que queda en el depósito tras darle esos cuatro litros. Luego, al tercero le da 6 litros y $\frac{1}{15}$ de lo que queda en el depósito tras darle esos seis litros. Y así sucesivamente.
 ¿Cuántos trabajadores tenía la empresa aceitera?

Eleva la solución al cuadrado y el resultado obtenido pasa al problema 9 como Q.

3. En esta retícula 4x4 se eligen tres casillas distintas al azar.

¿Cuál es la probabilidad de elegir al menos una de las esquinas?

La respuesta es un número racional. Habrá que darlo como una fracción irreducible.

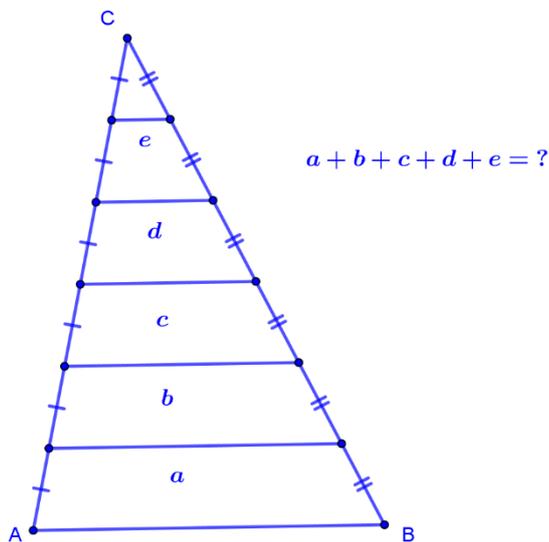


4. **Hace falta conocer el número N que viene del problema 6.**

(nombre = número)

Calcula el nombre entero positivo más pequeño con la propiedad que el producto de sus dígitos sea exactamente **N!**

5. **Viene un número H del problema 7**



En el triángulo ABC de base $AB=H$ hemos dividido los lados AC y BC en seis partes iguales cada uno. Después hemos unido los puntos de división tal como se ve en la figura. Calcula la suma de las longitudes de los cinco segmentos dibujados en el interior del triángulo.

Segundo grupo de problemas

6. Cal é o maior número primo que divide a: $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - 98^2 + 99^2$?

Resta 3 a la solución y el resultado pasa al problema 4 como N.

7. En una fila se colocan 7 números enteros positivos distintos de una cifra de modo que el producto de los tres primeros números, el producto de los tres últimos y el producto de los tres centrales sean iguales. ¿Cuál es el número que ocupa el lugar central de la fila?

Multiplica por 3 la solución y pasa el resultado al problema 5 como H.

8. Viene un número P del problema 1

Un rectángulo cuyos lados tienen medidas enteras tiene la propiedad de que su área menos P veces el perímetro es 2023. ¿Cuáles son las longitudes de los lados del rectángulo de perímetro mínimo que tiene esa propiedad?

9. Viene un número Q del problema 2

Encuentra el menor entero positivo k tal que la media aritmética de los números $k, k + 1, k + 2, k + 3, \dots, 2k$ sea mayor que Q.

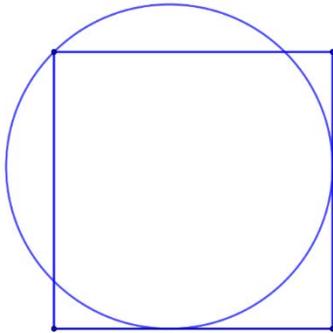
Suma las dos últimas cifras de la solución y el resultado pasa al problema 11 como R.

Retos finales

10. Qué casualidad: Podemos sumar dos números capicúas de cuatro cifras $3663 + 8558$ y el resultado es un número capicúa de cinco cifras, en este caso 12221.

¿Cuántos números capicúas de 4 cifras hay con la propiedad de que se puede encontrar otro número capicúa de 4 cifras que, sumándolos, nos den como resultado un número capicúa de 5 cifras?

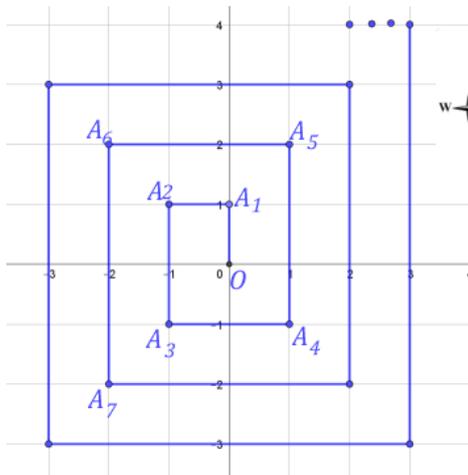
11. Viene R del problema 9.



La figura muestra un cuadrado que tiene dos lados tangentes a una circunferencia de radio R . Un vértice del cuadrado está sobre la circunferencia. Calcula el área del cuadrado.

El área se puede escribir como $a + b\sqrt{c}$ para tres números naturales a , b y c . Deberás escribir los tres valores de manera que c sea el mínimo posible.

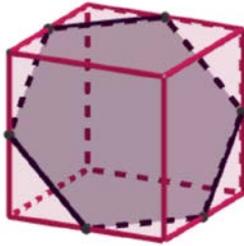
12. Observa este curioso itinerario en espiral, sobre unos ejes de coordenadas. Se empieza en el punto $(0,0)$ y se van determinando los puntos que definen la línea sucesivamente al N, al W, al S, al E. Los dos primeros segmentos miden 1 unidad, los dos siguientes 2 unidades, los dos siguientes 3 unidades, y así sucesivamente, tal como se muestra en la figura.



Si denominamos los puntos que se van generando como $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, \dots$ te pedimos las coordenadas del punto A_{81} .

Propina 1

A partir d'un cub que té l' longitud del costat igual a 2 cm hem construït un hexàgon regular unint els punts mitjans d'algunes arestes.



L'àrea d'aquest hexàgon es pot expressar, en cm^2 , com l'arrel quadrada d'un nombre natural, \sqrt{N} . Calcula el valor de N .

Propina 2

El primer número de la siguiente sucesión es el 1.

A continuación, se añaden dos unos y dos doses, después tres unos, tres doses y tres treses. Después se añaden cuatro grupos formados por 4 unos, 4 doses, 4 treses y 4 cuatros y así sucesivamente:

1; 1; 1; 2; 2; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4;

Encontrar el término que ocupa el lugar 2023.

Propina 3

Un Sudoku 4X4 es un tablero 4x4 relleno con los números del 1 al 4, de forma que no haya dos números iguales en una fila, ni en una columna, ni en ninguno de los tableros 2x2 que resultan al dividir el tablero original en cuatro tableros iguales.

¿Cuántos sudokus 4x4 distintos podemos formar?

1	3	4	2
4	2	3	1
2	4	1	3
3	1	2	4