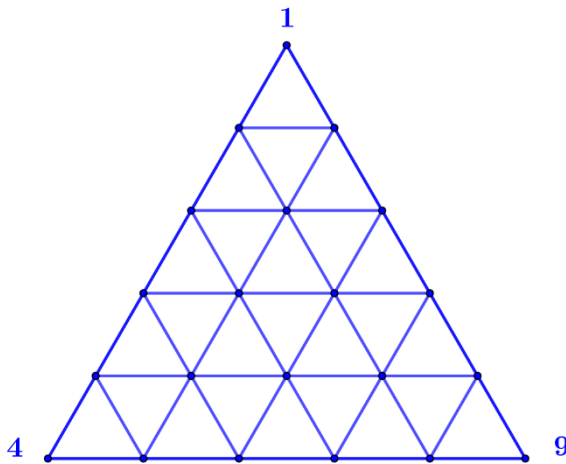


Primer grupo de problemas

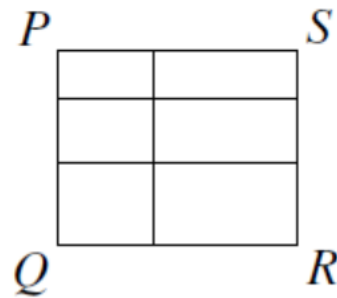
1. Un triángulo equilátero se divide en 25 triángulos equiláteros congruentes como indica la figura. Cada uno de los 21 vértices que se forman se etiqueta con un



número racional de manera que los números de las etiquetas de cada tres vértices consecutivos en una línea están en progresión aritmética. Los vértices del triángulo inicial se etiquetan con los números 1, 4 y 9. Halla la suma de los números de los 21 vértices.

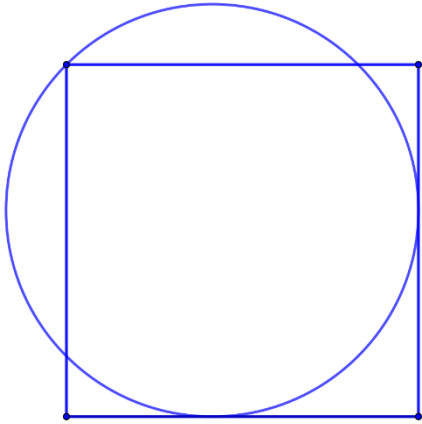
(nombre = número)

2. El rectángulo $PQRS$ està dividit en sis rectangles, Tots els rectangles tenen com a longitud dels costats nombres enters i totes les àrees tenen diferent valor..
Calcula la mínima àrea que que pot tenir el rectangle $PQRS$.



La suma de las cifras de la solución disminuida en una unidad pasa al problema 8 como R.

3. Viene un número N del problema 6.



La figura muestra un cuadrado que tiene dos lados tangentes a una circunferencia de radio N cm. Un vértice del cuadrado está sobre la circunferencia. Calcula el área del cuadrado.

El área se puede escribir como $a+b\sqrt{c}$ para tres números naturales a , b y c . Deberás escribir los tres valores de manera que c sea el menor posible

-
4. Un empresario reparte entre sus trabajadores, a partes iguales, todo el aceite que tiene en un gran depósito. Al primero le da 2 litros y $\frac{1}{15}$ de lo que queda en el depósito tras darle esos dos litros. Luego, al segundo le da 4 litros y $\frac{1}{15}$ de lo que queda en el depósito tras darle esos cuatro litros. Luego, al tercero le da 6 litros y $\frac{1}{15}$ de lo que queda en el depósito tras darle esos seis litros. Y así sucesivamente.

¿Cuántos trabajadores tenía la empresa aceitera?

La solución pasa al problema 10 como T.

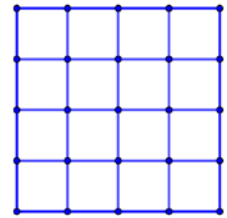
5. Encuentra n tal que $n - 86$ y $n + 86$ sean cuadrados perfectos.
-

Segundo grupo de problemas

6. ¿Cuál es el mayor número primo que divide a: $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - 98^2 + 99^2$?

La suma de las cifras de la solución pasa al problema 3 como valor N.

7. En esta retícula 4x4 se eligen tres casillas distintas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de elegir al menos una de las esquinas?



La solución es una fracción que debes escribirla como una fracción irreducible.

8. Viene un número R del problema 2.

Un rectángulo cuyos lados tienen medidas enteras tiene la propiedad de que su área menos **R** veces el perímetro es 2023. Encuentra las medidas de los lados del rectángulo que tiene perímetro mínimo.

9. Si $x = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{a+c} = \frac{c}{a+b}$, siendo a , b y c números reales no nulos; entonces,

¿Cuántos valores reales puede tener x ?

Si la solución es que hay infinitos valores de x en la respuesta introduce "infinitos". En otro caso en la respuesta introduce el número de soluciones que encuentres.

Retos finales

10. Viene un número T del problema 4.

El primer número de la siguiente sucesión es el 1.

A continuación, se añaden dos unos y dos doses, después tres unos, tres doses y tres treses. Después se añaden cuatro grupos formados por 4 unos, 4 doses, 4 treses y 4 cuatros y así sucesivamente:

1; 1; 1; 2; 2; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4;

Encontrar el término que ocupa el lugar $T + 2023$.

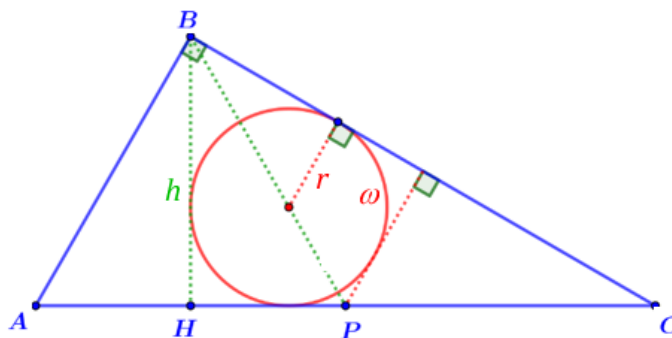
11. Un Sudoku 4X4 es un tablero 4x4 relleno con los números del 1 al 4, de forma que no haya dos números iguales en una fila, ni en una columna, ni en ninguno de los tableros 2x2 que resultan al dividir el tablero original en cuatro tableros iguales.

1	3	4	2
4	2	3	1
2	4	1	3
3	1	2	4

Sudoku

¿Cuántos sudokus distintos 4x4 podemos formar?

12. En el triángulo ABC, rectángulo en B, se traza BH la altura sobre la hipotenusa, que mide h cm. Sea ω la circunferencia inscrita al triángulo BHC cuyo radio es r .



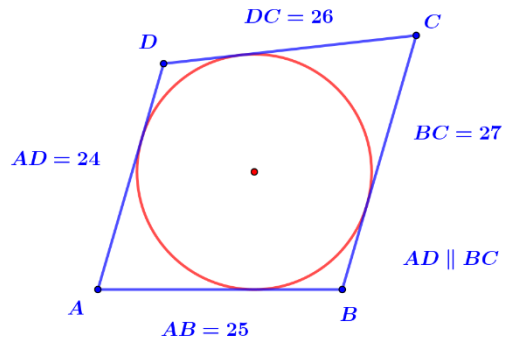
El punto P es la intersección de la bisectriz del ángulo HBC con la hipotenusa y además $PC=AB$.
Calcula el cociente h/r .

El cociente se puede escribir como $a + \sqrt{b}$, siendo a y b números naturales.
Deberás escribir los dos valores a y b .

Problemas de propina

Propina 1

Se tiene un cuadrilátero $ABCD$ de manera que sus lados miden $AB=25$, $BC=27$, $CD=26$ y $DA=24$ y el lado AD es paralelo al lado BC . Como $AB+CD=BC+DA$ el cuadrilátero tiene circunferencia inscrita. Calcula el área del cuadrilátero y el radio de la circunferencia inscrita.



Propina 2.

Escribimos en forma triangular, por filas, los coeficientes de los polinomios:

1, $(x - 1)$, $(x - 1) \cdot (x - 2)$, $(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)$, ...

1	1			
$(x - 1)$	1	-1		
$(x - 1) \cdot (x - 2)$	1	-3	2	
$(x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)$	1	-6	11	-6

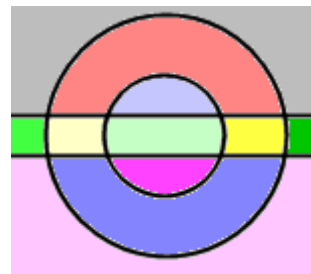
A la primera fila la llamamos la fila "cero", y dentro de una fila numeramos de izquierda a derecha sus asientos, empezando por el asiento "cero".

Encuentra el número de la fila 10 y el asiento 2.

Propina 3.

La figura mostra dues circumferències concèntriques i dues rectes paral·leles que tenen intersecció amb les dues circumferències. Es pot veure que el plà queda dividit en 11 regions.

Estudia quantes regions es determinen si es dibuixen 10 rectes paral·leles diferents i 40 circumferències concèntriques diferents de manera que cada una de les 10 rectes té 2 punts d'intersecció amb cada una de les 40 circumferències.



- .
- .